

Двойные и тройные интегралы

№1. Изменить порядок интегрирования

$$\text{Варианты 1-4 } \int_0^c dy \int_0^y f(x, y) dx + \int_c^{\sqrt{2}c} dy \int_0^{\sqrt{2c^2-y^2}} f(x, y) dx$$

Варианты 5-8

$$\int_{-c-1}^{-c} dx \int_{(x+c)^2-2}^{-1} f(x, y) dy + \int_{-c}^{-c+1} dx \int_{-(x+c-1)^2-1}^{-1} f(x, y) dy$$

Варианты 9-12

$$\int_0^{\frac{c-8}{\sqrt{2}}} dy \int_0^{\arcsin(\frac{y}{c-8})} f(x, y) dx + \int_{\frac{c-8}{\sqrt{2}}}^1 dy \int_0^{\arccos(\frac{y}{c-8})} f(x, y) dx$$

$$\text{Варианты 13-16 } \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt[3]{y}} f(x, y) dx + \int_1^{c-11} dy \int_0^{\frac{y+11-c}{12-c}} f(x, y) dx$$

$$\text{Варианты 17-20 } \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f(x, y) dx + \int_1^{e^{c-16}} dy \int_{-1}^{\frac{\ln(y)}{16-c}} f(x, y) dx$$

Варианты 21-

$$31 \int_{40-2c}^{20-c} dx \int_{-(2c-40+x)}^0 f(x, y) dy + \int_{20-c}^0 dx \int_{20-c}^{-\sqrt{(c-20)^2-x^2}} f(x, y) dy$$

№2. Вычислить

Варианты 1-4

$$\iint_D ye^{\frac{xy}{c}} dx dy; D: y = \ln 2, y = \ln(c+2), x = 2, x = c+2.$$

Варианты 5-8

$$\iint_D y^2 \sin \frac{xy}{2} dx dy; D: y = \sqrt{\pi}, y = \frac{x}{c-4}, x = 0.$$

Варианты 9-12

$$\iint_D y \cos((c-8)xy) dx dy; D: y = \frac{\pi}{2}, y = \pi, x = 1, x = 2.$$

Варианты 13-16

$$\iint_D y \sin((c - 12)xy) dx dy; D: y = \frac{\pi}{2}, y = \pi, x = 1, x = 2.$$

Варианты 17-20

$$\iint_D y^2 \cos((c - 16)xy) dx dy; D: y = \sqrt{\pi}, y = 2x, x = 0.$$

Варианты 21-31

$$\iint_D y^2 e^{\frac{-xy}{c-20}} dx dy; D: y = \frac{c-20}{2}, x = 0, y = x.$$

№3. Пластика задана неравенствами, μ – поверхностная плотность. Найти массу пластики.

Варианты 1-4. $D: x^2 + y^2 \leq c^2, \mu = |x^c y^{4-c}|.$

Варианты 5-8. $D: (c - 4)^2 \leq x^2 + y^2 \leq (c - 3)^2, y \geq 0, y \leq x,$
 $\mu = \frac{y}{x^{c-4}}.$

Варианты 9-12. $D: x^2 + y^2 \leq (c - 8)^2, y \geq 0, \mu = cx^2 y.$

Варианты 13-16. $D: (c - 12)^2 \leq x^2 + y^2 \leq (c - 11)^2, x \geq 0, y \leq \sqrt{3}x, \mu = 16|y|x.$

Варианты 17-20. $D: (c - 16)^2 \leq x^2 + y^2 \leq (c - 15)^2, x \geq 0, y \leq 0,$
 $\mu = 15x^{20-c} |y^{c-17}|.$

Варианты 21-31. $D: x^2 + y^2 \leq (c - 20)^2, x \leq 0, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, \mu = cx^2 |y|.$

№4. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

Варианты 1-4. $x = (c + 1)\sqrt{(c + 1)y}, x = \sqrt{(c + 1)y}, z = 0, x + z = c + 1.$

Варианты 5-8. $y = (c - 4)\sqrt{x}, y = \frac{c-4}{3}x, z = 0, z = \frac{c-4}{3}(3 + \sqrt{x}).$

Варианты 9-12. $y + x = c - 7, y = (c - 8)\sqrt{x}, z = y, z = 0.$

Варианты 13-16. $x = (c - 12)\sqrt{y}, x = \frac{c-12}{3}y, z = 0, z = \frac{c-12}{3}(3 + \sqrt{y}).$

Варианты 17-20. $y + x = c - 15, x = (c - 16)\sqrt{y}, z = x, z = 0.$

Варианты 21-31. $y = (c - 19)\sqrt{(c - 19)x}, y = \sqrt{(c - 19)x}, z = 0, y + z = c - 19$

№5. Пользуясь, тройным интегралом, найти центр масс тела V , заданного ограничивающими его поверхностями. μ –плотность.

Варианты 1-4. $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = c, \mu = \mu_0.$

Варианты 5-8. $x = 0, y = 0, z = 0, z = c - 4, x + y = c - 4, \mu = \mu_0.$

Варианты 9-12. $x = 0, y = 0, z = 0, z = c - 8, x = c - 8, y = c - 8, \mu = z + \mu_0.$

Варианты 13-16. $x = 0, x = c - 12, y = 0, z = 0, y + z = c - 12, \mu = \mu_0.$

Варианты 17-20. $x = 0, y = c - 16, y = 0, z = 0, x + z = c - 16, \mu = \mu_0.$

Варианты 21-24. $x = 0, x = 6, y = c - 20, y = 0, z = 0, z = c - 20, \mu = z + \mu_0.$

Варианты 25-31. $x = c - 24, y = c - 24, z = 0, x + y - z = c - 24, \mu = \mu_0.$