Дифференциальные уравнения

Оглавление

Цель работы 1

Аналитическое решение дифференциальных уравнений 1

Контрольные задания 3

Цель работы

Целью лабораторной работы является освоить технологию работы с дифференциальными уравнениями в программе Maple.

Аналитическое решение дифференциальных уравнений

Для нахождения аналитических решений дифференциальных уравнений в *Maple* применяется команда *dsolve(eq,var,options),* где *eq* – дифференциальное уравнение, *var* – неизвестные функции, options – параметры. Параметры могут указывать метод решения задачи, например, по умолчанию ищется аналитическое решение: *type=exact*.

Общее решение дифференциального уравнения зависит от произвольных постоянных, число которых равно порядку дифференциального уравнения. В *Maple* такие постоянные, как правило, обозначаются как *_C1*, *_C2*, и т.д.

Как известно, общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения и частного решения этого же неоднородного дифференциального уравнения. Поэтому в строке вывода решение неоднородного линейного дифференциального уравнения всегда состоит из слагаемых, которые содержат произвольные постоянные (это общее решения соответствующего однородного дифференциального уравнения), и слагаемых без произвольных постоянных (это частное решения этого же неоднородного дифференциального уравнения).

Например, найдем общее решение дифференциального уравнения

$$y' + ycosx = sinxcosx.$$

```
>y'+y*cos(x)=sin(x)*cos(x)
```

(1)

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{y}(x)\right) + \mathrm{y}(x)\cos(x) = \sin(x)\cos(x)$$

В контекстном меню, получившегося выражения выбираем SolveDE (DE –аббревиатураDifferentialEquation в переводе с английского Дифференциальное Уравнение)

>dsolve((1),y(x))

$$y(x) = \sin(x) - 1 + e^{(-\sin(x))}_C_1$$

Итак, решение искомого уравнения есть функция $y(x) = \sin(x) - 1 + Ce^{(-\sin(x))}$, где С – произвольная константа.

Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка

$$y'' - 2y' + y = sinx + e - x.$$

> restart;

>y''–2y'+y=sin(x)+e^-x

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x)\right) - 2\left(\frac{\partial}{\partial x} y(x)\right) + y(x) = \sin(x) + e^{(-x)}$$

>dsolve(%,y(x));

$$y(x) = _C1e^x + _C2e^x x + \frac{1}{2}\cos(x) + \frac{1}{4}e^{(-x)}$$

*Т*ак как исходное уравнение было второго порядка, то полученное решение содержит две произвольные константы, которые в *Maple* обычно обознаются как *_C1* и *_C2*. Первые два слагаемых представляют собой общее решение соответствующего однородного дифференциального уравнения, а вторые два – частное решение неоднородного дифференциального уравнения.

Команда *dsolve* может найти решение задачи Коши или краевой задачи, если помимо дифференциального уравнения задать начальные или краевые условия для неизвестной функции.

Пример. Найти решение задачи Коши:

$$y(4) + y'' = 2cosx, y(0) = -2, y'(0) = 1, y''(0) = 0, y'''(0) = 0.$$

*>y''''+y''=2*cos(x), y(0)=–2, y'(0)=1, y''(0)=0, y'''(0)=0* *(2)*

$$\frac{d^4}{dx^4} y(x) + \frac{d^2}{dx^2} y(x) = 2\cos(x), y(0) = 2, D(y)(0) = 1, D^{(2)}(y)(0) = 0, D^{(3)}(y)(0) = 0$$

Вызываем контекстное меню выражения, выбираем команду SolveDe

>dsolve((2),y(x))

y(x)=–2cos(x)–xsin(x)+x

Пример. Найти решение дифференциального уравнения при заданных начальных условиях:

$$y''+y = 2x - \pi,\ y(0) = 0,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$>y''+y = 2x - \pi,\ y(0) = 0,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

>dsolve(%,y(x));

$$y(x) = 2x - \pi + \pi cos(x)$$

Контрольные задания

1. Оформите титульный лист к работе, согласно требованиям СФМЭИ (ТУ). Укажите название лабораторной работы.Фамилию, Имя, группу, номер студента в журнале (см. Приложение 1).
2. Создайте документ Maple. Напишите заголовок 14 кеглем, полужирно, с выравниванием по центру: «Лабораторная работа №1». Далее с выравниванием по правому краю, курсивом, 14 кеглем укажите полностью Фамилию, Имя, номер в журнале.
3. Выполните задания из своего варианта, определяемого номером в журнале. Каждое задание должно быть оформлено в отдельной секции (пиктограммы) с заголовком «Задание №_». Завершать секцию должен развернутый ответ.
4. Распечатайте лабораторную работу из под программы Maple на листах формата А4 (односторонняя печать).

Сделать задания №2-4, №10-16 из пятого раздела «Диференциальные уравнения» сборника заданий по высшей математике Кузнецова Л.А. Номер варианта выбирается в соответствии с номером студента в журнале.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения Высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ» в г. Смоленске

Кафедра

Высшей математики

Расчетно-графическое задание
по дисциплине «Математика»

Вариант (указать номер по журналу)

Количество букв в имени, фамилии

2	3	4	10	11	12	13	14	15	16

Студент группы ЭО-00 Иванов Александр

Преподаватель Винокурова А.С.

Смоленск 2017