

Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

Краевые задачи в электромеханике возникают, как правило, при моделировании установившихся состояний электромагнитного или теплового полей в средах, характеризующихся скачкообразным изменением физических свойств: вблизи краев сердечников, вблизи поверхности корпуса, в межполюсном пространстве, внутри паза и т.п. Поскольку поля электрических машин описываются уравнениями второго порядка (см. главы 4,5 пособия), ниже рассматриваются методы решения таких уравнений.

7.1 Краевая задача для дифференциальных уравнений, ее сведение к двум задачам Коши

Краевой задачей для линейного дифференциального уравнения второго порядка называют задачу вида:

$$\left. \begin{aligned} l(y) = y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x) \\ l_1(y)_{x=0} = \alpha y(0) + \beta y'(0) = A \\ l_2(y)_{x=l} = \gamma y(l) + \delta y'(l) = B \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $p(x)$, $q(x)$, $y(x)$, $f(x)$ - достаточное число раз непрерывно дифференцируемые на отрезке $[0,1]$ функции, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ - постоянные коэффициенты.

Одним из методов решения краевой задачи является метод ее сведения к двум задачам Коши. Метод базируется на том, что искомое решение представляют в виде:

$$y(x) = U(x) + C \cdot V(x). \quad (2)$$

Подстановка (2) в (1) приводит к ДУ:

$$U'' + p(x)U' + q(x)U + C \cdot (V'' + p(x)V' + q(x)V) = f(x) \quad (3)$$

Потребуем, чтобы $V(x)$ удовлетворяла ЛОДУ. Тогда функция $U(x)$ будет удовлетворять соответствующему ЛНДУ:

$$V'' + p(x)V' + q(x)V = 0; \quad (4)$$

$$U'' + p(x)U' + q(x)U = f(x) \quad (5)$$

Подстановка (4), (5) в краевые условия приводит к системе выражений для определения начальных условий и константы C :

$$\alpha \cdot U(0) + \beta \cdot U'(0) + C \cdot (\alpha \cdot V(0) + \beta \cdot V'(0)) = A \quad (6)$$

$$\alpha \cdot U(l) + \beta \cdot U'(l) + C \cdot (\alpha \cdot V(l) + \beta \cdot V'(l)) = B \quad (7)$$

Получим из (6) начальные условия, а формулу для определения коэффициента C из (7). Возьмем значение функции $V(0) = 1$. Тогда для того, чтобы C не учитывалась в определении начальных условий, необходимо чтобы скобка в выражении (7) обратилась в ноль. Для этого достаточно положить $V'(0) = -\alpha/\beta$, $\beta \neq 0$. Таким образом, для ЛОДУ имеем задачу Коши:

$$\left. \begin{aligned} V'' + p(x) \cdot V' + q(x) \cdot V &= 0 \\ V(0) = 1, V'(0) &= -\alpha/\beta, \beta \neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Для неоднородного ДУ достаточно положить $U(0) = A/\alpha$, $\alpha \neq 0$, откуда $U'(0) = 0$. Записываем вторую задачу Коши:

$$\left. \begin{aligned} U'' + p(x) \cdot U' + q(x) \cdot U &= f(x) \\ U(0) = A/\alpha, U'(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Таким образом, краевая задача для дифференциального уравнения свелась к двум задачам Коши для линейных ДУ второго порядка. После того как решение задач Коши найдено численно или аналитически, найдем константу C . Для этого воспользуемся условием (7), из которого следует, что:

$$C = \frac{B - \gamma \cdot U(l) - \delta \cdot U'(l)}{\gamma \cdot V'(l) + \delta \cdot V'(l)}. \quad (10)$$

Линейная комбинация (2) с учетом решений (8)-(10) будет искомым решением.

7.2 Сведение неоднородных краевых условий к однородным. Метод коллокаций

Пусть имеется краевая задача (1) с неоднородными краевыми условиями.

$$\left\{ \begin{aligned} y'' + p(x)y' + q(x)y &= f(x) \\ \alpha y(0) + \beta y'(0) &= A \\ \gamma y(l) + \delta y'(l) &= B \end{aligned} \right. .$$

При подборе системы линейно-независимых функций, используемых при аналитическом построении решения, желательно иметь однородные краевые условия. Преобразуем неоднородные краевые условия в однородные при помощи замены переменных:

$$y = \tilde{y} + kx + b.$$

Константы k, b подберем с учетом краевых условий из системы уравнений:

$$\begin{cases} \alpha \tilde{y}(0) + \beta \tilde{y}'(0) + \alpha(0 + b) + \beta k = A \\ \gamma \tilde{y}(l) + \delta \tilde{y}'(l) + \gamma(kl + b) + k\delta = B \end{cases}.$$

Потребуем, чтобы k, b были решением системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} \alpha b + \beta k = A \\ \gamma b + (\gamma l + \delta)k = B \end{cases}.$$

Тогда

$$b = \frac{\begin{vmatrix} A & \beta \\ B & \gamma l + \delta \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \gamma l + \delta \end{vmatrix}}, k = \frac{\begin{vmatrix} \alpha & A \\ \gamma & B \end{vmatrix}}{\Delta}.$$

Первая и вторая производная решения приобретают вид:

$$y' = \tilde{y}' + k, \quad y'' = \tilde{y}''$$

и исходная краевая задача превращается следующую задачу с однородными краевыми условиями:

$$l(\tilde{y}) = \tilde{y}'' + p(x)(\tilde{y}' + k) + q(x)(\tilde{y} + kx + b) = f^*(x), \quad (11)$$

$$l_1(\tilde{y})_{x=0} = \alpha \tilde{y}(0) + \beta \tilde{y}'(0) = 0, \quad (12)$$

$$l(\tilde{y})_{x=l} = \gamma \tilde{y}(l) + \delta \tilde{y}'(l) = 0, \quad (13)$$

$$f^*(x) = f(x) - p(x)k - q(x)(kx + b). \quad (14)$$

Рассмотрим метод построения приближенного решения поставленной краевой задачи в аналитической форме записи, называемый методом коллокаций (от англ. collocation - выровненное размещение).

Пусть имеется система линейно независимых функций

$$\{ \varphi_i(x) \}, i=1..n,$$

каждая из которых удовлетворяет краевым условиям (12) и (13). Если решение задачи (11)-(14) представить в виде:

$$\tilde{y} = \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(x), \quad (15)$$

то, в силу линейности краевых условий, они будут удовлетворены. Но на всем интервале разность между левой и правой частями дифференциального уравнения не будет равна нулю

$$l(\tilde{y}) - f^*(x) \neq 0.$$

Невязка решения дифференциального уравнения

$$\Psi(x) = l\left(\sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(x)\right) - f^*(x)$$

содержит n неизвестных констант c_i .

Приравнявая невязку $\Psi(x)$ к нулю в n внутренних точках интервала, получаем систему из n линейных алгебраических уравнений вида

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n c_i l(\varphi_i(x_1)) = f^*(x_1) \\ \sum_{i=1}^n c_i l(\varphi_i(x_2)) = f^*(x_2), \\ \Lambda \\ \sum_{i=1}^n c_i l(\varphi_i(x_n)) = f^*(x_n), \end{array} \right\} \quad (16)$$

записанную относительно неизвестных констант. После определения констант из системы (16) будет построено приближенное решение однородной краевой задачи в форме (15).

Решение исходной неоднородной задачи получается добавлением к функции \tilde{y} линейной функции $kx + b$:

$$y \approx \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(x) + kx + b.$$

Пример решения краевой задачи по шагам приведен ниже.

Пример 7.1. На отрезке $[0,1]$ решить методом коллокаций краевую задачу для линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$\begin{aligned} y'' + x \cdot y' + x^2 \cdot y &= x(x-1) \\ y(0) = 0, y(1) &= 0 \end{aligned}$$

Возьмем для построения решения три линейно независимые функции, удовлетворяющие краевым условиям.

1) .x:='x':y:=(a1*x*(x-1)+a2*x^2*(x-1)+a3*x^3*(x-1),x);#Построение приближенного решения, удовлетворяющего краевым условиям, в виде суммы трех слагаемых

$$y := x \rightarrow a1 x (x - 1) + a2 x^2 (x - 1) + a3 x^3 (x - 1)$$

2) .nv:=(diff(y(x),x\$2)+x*diff(y(x),x)+x^2*y(x)-x*(x-1),x);#Задание функции невязки

$$nv := x \rightarrow 2 a1 + 2 a2 (x - 1) + 4 a2 x + 6 a3 x (x - 1) + 6 a3 x^2 + x (a1 (x - 1) + a1 x + 2 a2 x (x - 1) + a2 x^2 + 3 a3 x^2 (x - 1) + a3 x^3) + x^2 (a1 x (x - 1) + a2 x^2 (x - 1) + a3 x^3 (x - 1)) - x (x - 1)$$

3) .l1:=nv(1/4);l2:=nv(1/2);l3:=nv(3/4);# нахождение значений невязки в точках коллокации для получения левых частей СЛАУ

$$l1 := \frac{477}{256} a1 - \frac{595}{1024} a2 - \frac{3203}{4096} a3 + \frac{3}{16}$$

$$l2 := \frac{31}{16} a1 + \frac{27}{32} a2 - \frac{9}{64} a3 + \frac{1}{4}$$

$$l3 := \frac{581}{256} a1 + \frac{2623}{1024} a2 + \frac{8973}{4096} a3 + \frac{3}{16}$$

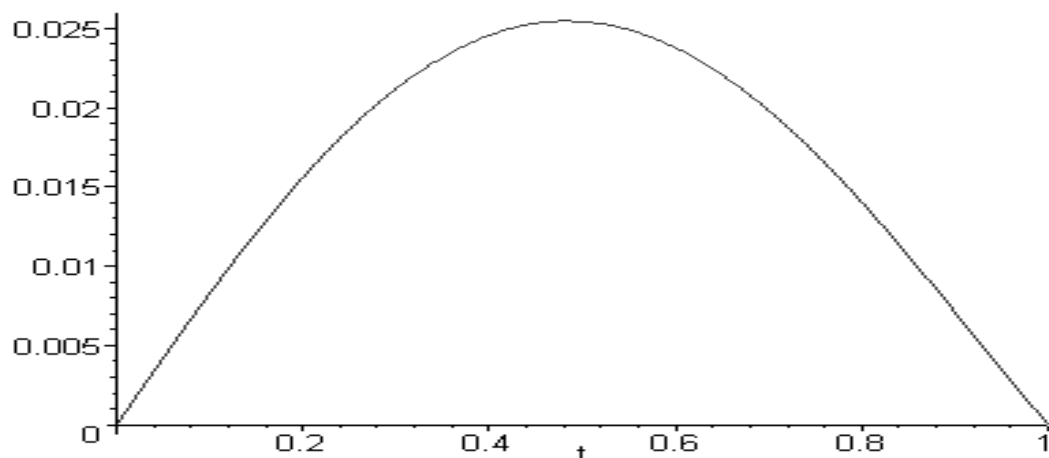
4) .{l1=0,l2=0,l3=0},{a1,a2,a3};#Составление и решение системы линейных уравнений относительно неизвестных констант

$$s2 := \{a3 = \frac{14949184}{147083039}, a2 = \frac{-12533312}{147083039}, a1 = \frac{-12435380}{147083039}\}$$

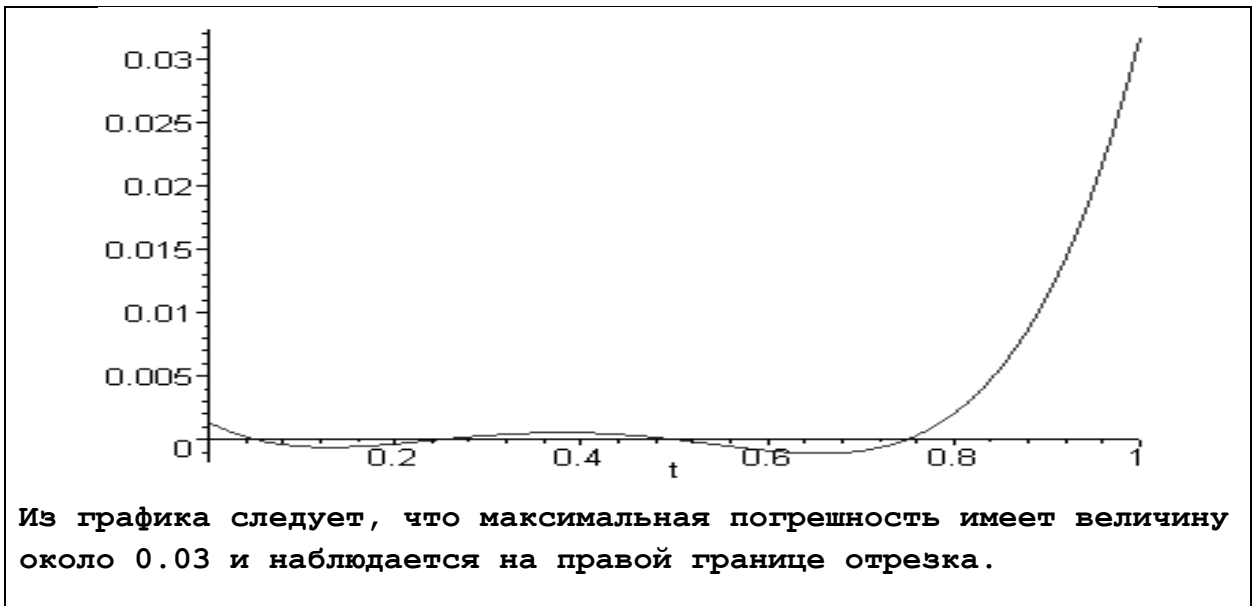
5) .#Оценка полученного приближенного решения

$$-.08454666211 x (x - 1) - .08521249007 x^2 (x - 1) + .1016377150 x^3 (x - 1)$$

6) . #Построение графика приближенного решения



7) .diff(y(x),x\$2)+x*diff(y(x),x)+x^2*y(x)-x*(x-1),x=0..1);
#Построение графика невязки, после подстановки в исходное выражение, для оценки погрешности приближенного решения



7.3 Метод Бубнова-Галеркина

Для линейной краевой задачи $l(y) = f(x)$ с однородными краевыми условиями $l_1(y) = 0$ и $l_2(y) = 0$ подбирают систему функций $\{ \varphi_i(x) \}$, так чтобы эти функции были линейно независимы и удовлетворяли однородным краевым условиям:

$$l_1(\varphi_i(x))|_{x=0} = 0 \text{ и } l_2(\varphi_i(x))|_{x=l} = 0.$$

Рекомендуется, чтобы функции $\{ \varphi_i(x) \}$ были ортогональны в смысле скалярного произведения

$$(\varphi_i(x), \varphi_j(x)) = \int_0^l \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx = 0.$$

Приближенное решение дифференциального уравнения отыскивается в виде суммы

$$y^* = \sum_{i=1}^n C_i \varphi_i(x).$$

Для нахождения констант C_i составляют систему уравнений, требуя ортогональности невязки решения

$$\psi(x) = l(y^*) - f(x)$$

каждой функции φ_i в смысле скалярного произведения. Таким образом, получают систему из n линейных уравнений с n неизвестными

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n C_i \cdot (l(\varphi_i(x)), \varphi_1(x)) &= (f(x), \varphi_1(x)) \\ \sum_{i=1}^n C_i \cdot (l(\varphi_i(x)), \varphi_2(x)) &= (f(x), \varphi_2(x)) \\ &\Lambda \\ \sum_{i=1}^n C_i \cdot (l(\varphi_i(x)), \varphi_n(x)) &= (f(x), \varphi_n(x)) \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

имеющую единственное решение.

После определения значений неизвестных констант из системы (17), получается приближенное решение исходной задачи в аналитической форме записи:

$$y^* = \sum_{i=1}^n C_i \varphi_i(x). \quad (18)$$

Приведенный ниже пример применения метода иллюстрирует его возможности. Решается та же краевая задача, что и в примере 7.1.

Пример 7.2. На отрезке $[0,1]$ решить методом Бубнова – Галеркина краевую задачу для линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$\begin{aligned} y'' + x \cdot y' + x^2 \cdot y &= x(x-1) \\ y(0) = 0, y(1) &= 0 \end{aligned}$$

```
1) .y:=(a1*sin(Pi*x)+a2*sin(2*Pi*x)+a3*sin(3*Pi*x)+a4*sin(4*Pi*x),x)
;# Построение приближенного решения
```

$$y := x \rightarrow a1 \sin(\pi x) + a2 \sin(2 \pi x) + a3 \sin(3 \pi x) + a4 \sin(4 \pi x)$$

```
2).nv1:=(diff(y(x),x$2)+x*diff(y(x),x)+x^2*y(x)-x*(x-1),x);
#функция невязки решения
```

$$\begin{aligned} nv1 := x \rightarrow & -a1 \sin(\pi x) \pi^2 - 4 a2 \sin(2 \pi x) \pi^2 - 9 a3 \sin(3 \pi x) \pi^2 - 16 a4 \sin(4 \pi x) \pi^2 \\ & + x (a1 \cos(\pi x) \pi + 2 a2 \cos(2 \pi x) \pi + 3 a3 \cos(3 \pi x) \pi + 4 a4 \cos(4 \pi x) \pi) \\ & + x^2 (a1 \sin(\pi x) + a2 \sin(2 \pi x) + a3 \sin(3 \pi x) + a4 \sin(4 \pi x)) - x(x-1) \end{aligned}$$

```
3) .l1:=int(nv1(x)*sin(Pi*x),x=0..1);l2:=int(nv1(x)*sin(2*Pi*x),x=0..1);
.l3:=int(nv1(x)*sin(3*Pi*x),x=0..1);l4:=int(nv1(x)*sin(4*Pi*x),x=0..1);
;# Ортогональность невязки линейно-независимым функциям,
используемым при построении решения по (17). При этом получаются
левые части СЛАУ
```

$$\begin{aligned} l1 := & -\frac{1}{3600} (1800 a1 \pi^5 - 1350 \pi^3 a3 + 2400 a2 \pi^3 + 3200 a2 \pi + 900 a1 \pi + 256 a4 \pi \\ & + 300 a1 \pi^3 + 960 a4 \pi^3 - 675 a3 \pi - 14400) / \pi^3 \end{aligned}$$

$$l2 := -\frac{1}{3600}(-2400 a4 \pi^2 + 4320 a3 \pi^2 + 3456 a3 - 800 a4 + 3200 a1 + 300 a2 \pi^2 - 2400 a1 \pi^2 + 7200 a2 \pi^4 + 225 a2) / \pi^2$$

$$l3 := \frac{1}{529200}(-508032 a2 \pi - 198450 a1 \pi^3 - 14700 a3 \pi - 518400 a4 \pi + 635040 a2 \pi^3 + 99225 a1 \pi + 78400 - 907200 a4 \pi^3 - 44100 \pi^3 a3 - 2381400 a3 \pi^5) / \pi^3$$

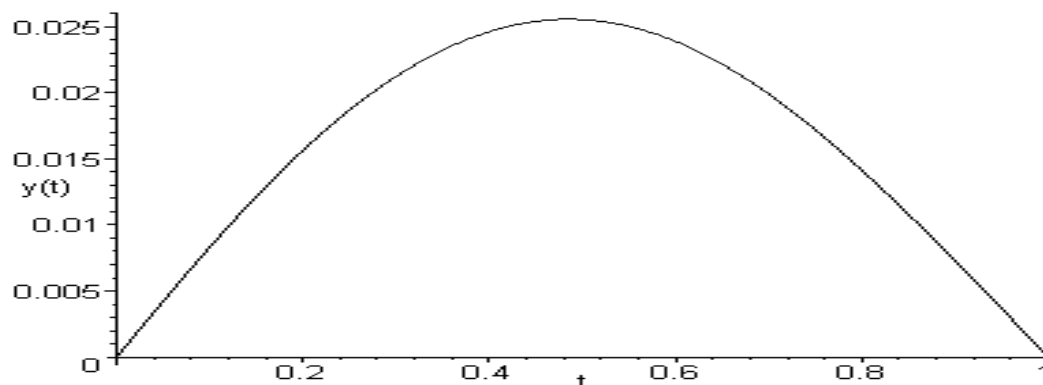
$$l4 := -\frac{1}{705600}(-188160 a1 \pi^2 + 470400 a2 \pi^2 + 50176 a1 + 691200 a3 + 5644800 a4 \pi^4 + 58800 a4 \pi^2 - 1209600 a3 \pi^2 - 156800 a2 + 11025 a4) / \pi^2$$

4) .{l1=0,l2=0,l3=0,l4=0},{a1,a2,a3,a4}; #Составление и решение системы уравнений относительно неизвестных констант a1,a2,a3,a4

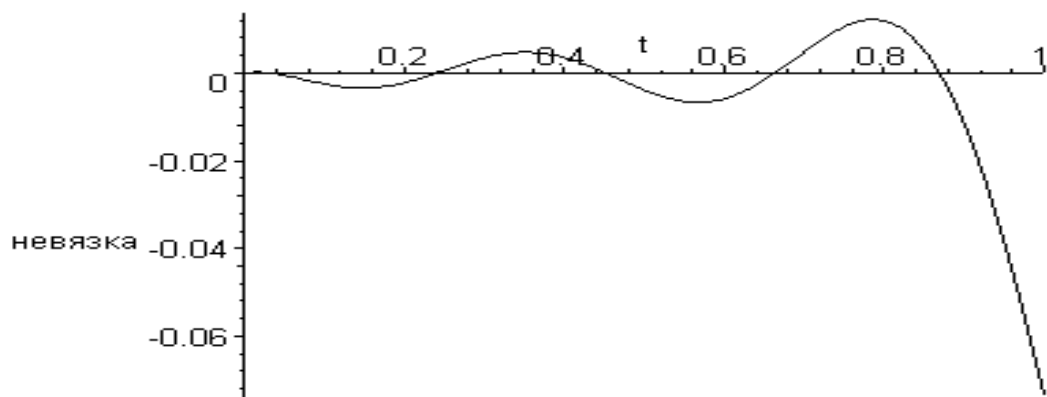
5) .# Оценка вида приближенного решения

$$.02545617921 \sin(3.141592654x) + .0007481628720 \sin(6.283185308x) - .00008083082153 \sin(9.424777962x) + .00007581343845 \sin(12.56637062x)$$

б).#Построение графика приближенного решения



7) .diff(y(t),t\$2)+t*diff(y(t),t)+t^2*y(t)-t*(t-1); # Нахождение невязки построение графика невязки



Из графика следует, что максимальная погрешность имеет величину около 0.06 и наблюдается на правой границе отрезка.

7.4. Метод прогонки

Метод прогонки для решения краевой задачи.

$$\begin{cases} l(y) = y'' + p(x) \cdot y' + q(x) \cdot y = f(x) \\ l_1(y)|_{x=0} = \alpha \cdot y + \beta \cdot y'|_{x=0} = A \\ l_2(y)|_{x=l} = \gamma \cdot y + \delta \cdot y'|_{x=l} = B \end{cases} \quad (19)$$

Для построения приближенного решения задачи (19) введем дискретно заданную функцию y_n определенную в $n+1$ точке на $[0, l]$, $0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = l$. Она в узлах $0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = l$ имеет те же значения, которые имеет и решение исходной задачи.

Справедливы следующие приближенные равенства для первой и второй производных искомого решения:

$$y'_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{h}, \quad i = 0, \dots, n-1, \sim o(h) - \text{порядок погрешности}$$

$$y''_i = \frac{y_{i+2} - 2 \cdot y_{i+1} + y_i}{h^2}, \quad i = 0, \dots, n-2, \sim o(h)$$

Используя функцию y_n , можно систему (19) свести к системе разностных уравнений:

$$\begin{cases} \tilde{l}(y) = \frac{y_{i+2} - 2 \cdot y_{i+1} + y_i}{h^2} + p(x_i) \cdot \frac{y_{i+1} - y_i}{h} + q(x_i) \cdot y_i = f(x_i) \\ \tilde{l}_1(y) = \alpha \cdot y_0 + \beta \cdot \frac{y_1 - y_0}{h} = A \\ \tilde{l}_2(y) = \gamma \cdot y_{n-1} + \delta \cdot \frac{y_n - y_{n-1}}{h} = B \end{cases} \quad (20)$$

Заменяем краевую задачу (19) краевой задачей (20), при $i = 0, \dots, n-2$.

Решение системы (20) при $h \rightarrow 0$ стремится к точному решению задачи (19), то есть схема (20) аппроксимирует исходную задачу.

Система (20) это система линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных y_i , где введено обозначение $h = x_{i+1} - x_i$. В развернутой форме записи она имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_0 \cdot (\alpha \cdot h - \beta) + \beta \cdot y_1 = A \cdot h \\ y_0 \cdot (q_0 \cdot h^2 - p_0 \cdot h + 1) + y_1 \cdot (p_0 \cdot h - 2) + y_2 = f_0 \cdot h^2 \\ y_1 \cdot (q_1 \cdot h^2 - p_1 \cdot h + 1) + y_2 \cdot (p_1 \cdot h - 2) + y_3 = f_1 \cdot h^2 \\ \Lambda \\ y_{n-2} \cdot (q_{n-2} \cdot h^2 - p_{n-2} \cdot h + 1) + y_{n-1} \cdot (p_{n-2} \cdot h - 2) + y_n = f_{n-2} \cdot h^2 \\ y_{n-1} \cdot (\gamma \cdot h - \delta) + y_n \cdot \delta = B \cdot h \end{array} \right.$$

Эту систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных значений дискретной функции y_n запишем в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_0 \cdot a_0 + y_1 \cdot b_1 = A_0 \\ y_0 \cdot a_1 + y_1 \cdot b_2 + y_2 = A_1 \\ \text{-----} y_1 \cdot a_2 + y_2 \cdot b_3 + y_3 = A_2 \\ \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda \\ \text{-----} y_{n-2} \cdot a_{n-1} + y_{n-1} \cdot b_n + y_n = A_{n-1} \\ \text{-----} y_{n-1} \cdot a_n + y_n \cdot b_{n+1} = A_n \end{array} \right.$$

В матричной форме с трехдиагональной матрицей

$$C = \begin{pmatrix} a_0 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & b_3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & b_4 & 1 & 0 & 0 \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{n-1} & b_n & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_n & b_{n+1} \end{pmatrix}$$

она выглядит так

$$C \cdot \bar{y} = \bar{A}.$$

Для решения систем с такими матрицами применяется метод прогонки. Метод прогонки – это метод последовательного исключения неизвестных, начиная с первого уравнения с учётом специфики матрицы C . Алгоритм представлен ниже:

$$y_0 = \frac{A_0}{a_0} - \frac{b_1}{a_0} \cdot y_1 \xrightarrow{\text{подставим}} (2)$$

$$a_1 \cdot \frac{A_0}{a_0} - \frac{a_1 \cdot b_1}{a_0} \cdot y_1 + y_1 \cdot b_2 + y_2 = A_1 \Rightarrow$$

$$y_1 = \frac{A_1 a_0 - a_1 \cdot A_0}{b_2 a_0 - a_1 \cdot b_1} - \frac{a_0}{b_2 a_0 - a_1 \cdot b_1} \cdot y_2 = \frac{\tilde{A}_1}{\tilde{a}_1} - \frac{\tilde{a}_{i-1}}{\tilde{a}_1} y_2$$

$$y_i = \frac{A_i \tilde{a}_{i-1} - a_i \cdot \tilde{A}_{i-1}}{b_{i+1} \tilde{a}_{i-1} - a_i \cdot b_i} - \frac{\tilde{a}_{i-1}}{b_{i+1} \tilde{a}_{i-1} - a_i \cdot b_i} \cdot y_{i+1}.$$

где

$$\tilde{A}_i = A_i \tilde{a}_{i-1} - a_i \cdot \tilde{A}_{i-1}, \quad \tilde{a}_i = b_{i+1} \tilde{a}_{i-1} - a_i \cdot b_i, \quad \tilde{a}_0 = a_0, \tilde{A}_0 = A_0.$$

Или в более общем виде $y_{n-1} = D_n - E_n \cdot y_n$. Подстановка $y_{n-1} = D_n - E_n \cdot y_n$ в последнее разностное уравнений дает:

$$\Rightarrow y_{n-1} \cdot a_n + y_n \cdot b_{n+1} = A_n \Rightarrow a_n \cdot D_n - E_n \cdot a_n \cdot y_n + y_n \cdot b_{n+1} = A_n$$

Из последнего выражения определим

$$y_n = \frac{(A_n - a_n \cdot D_n)}{(b_{n+1} - E_n \cdot a_n)}.$$

Делая обратный ход, начиная с правого края области определения, получим значения решения во всех внутренних точках интервала. При возвращении к левому краю отрезка все y_i оказываются найденными с использованием рекуррентных формул.

Пример 7.3. Найти решение краевой задачи методом прогонки.

$$y'' + x \cdot y' + x^2 y = x(x-1)$$

$$y(0) = 0$$

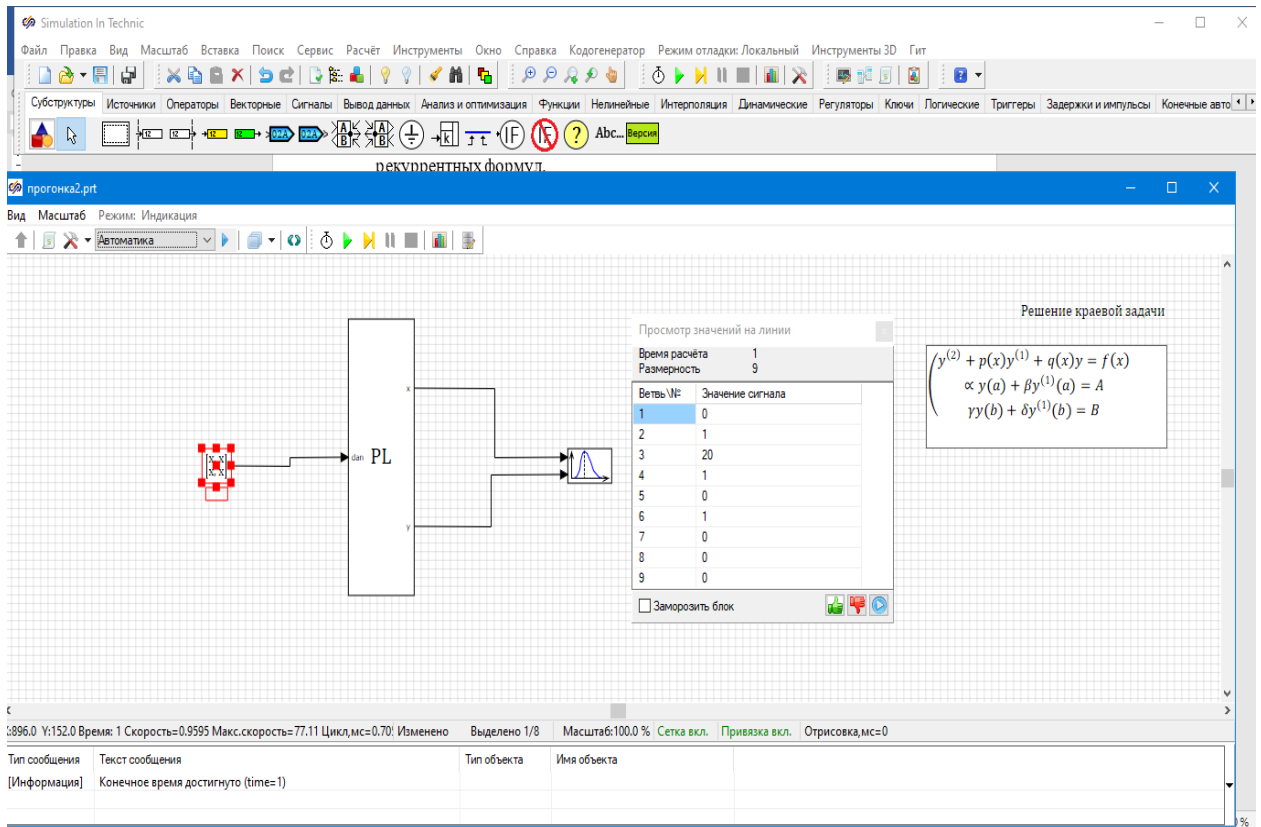
$$y(1) = 0$$

$$x_1 = 1/n, x_2 = 2/n, x_3 = 3/n, x_4 = 4/n, \dots, x_{n+1} = 1$$

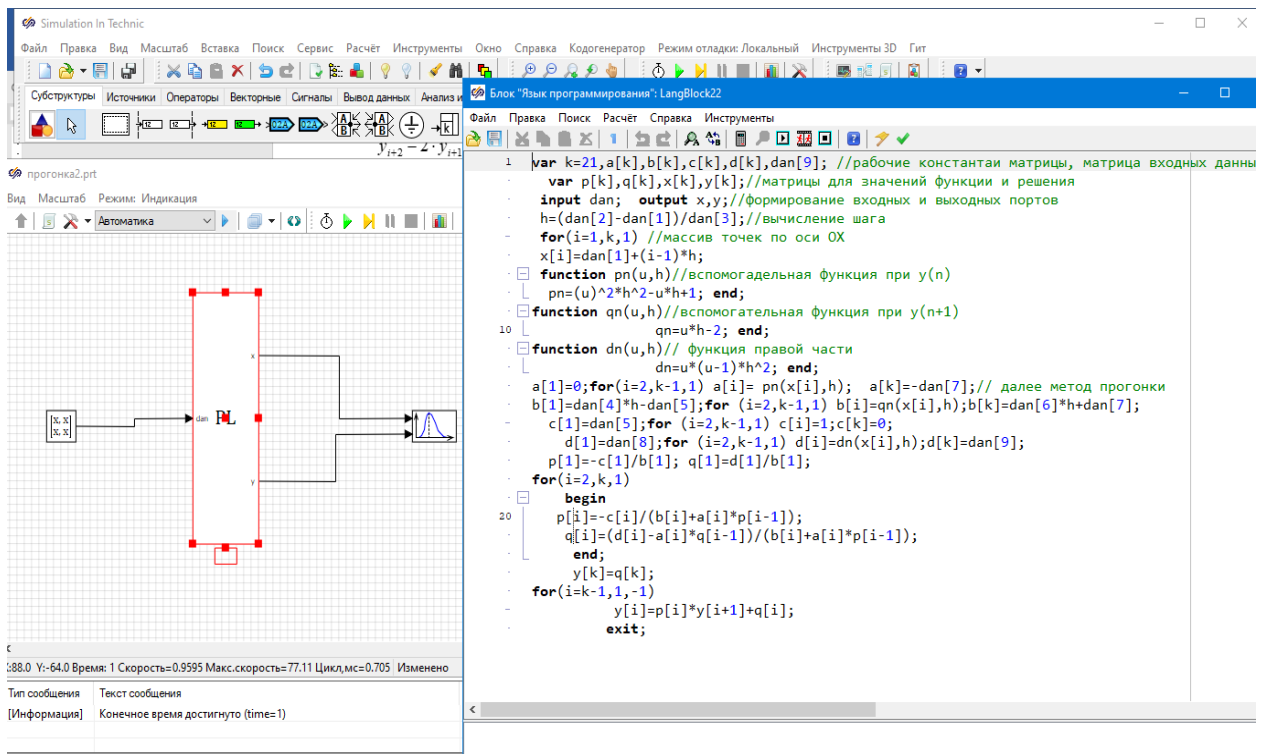
$$y_{i+2} - 2 \cdot y_{i+1} + y_i + x_i \cdot h \cdot (y_{i+1} - y_i) + h^2 \cdot x_i^2 y_i = x_i \cdot h^2, i = 1, 2, 3, \dots, (n-1)$$

Решение в пакете Simintech выглядит следующим образом:

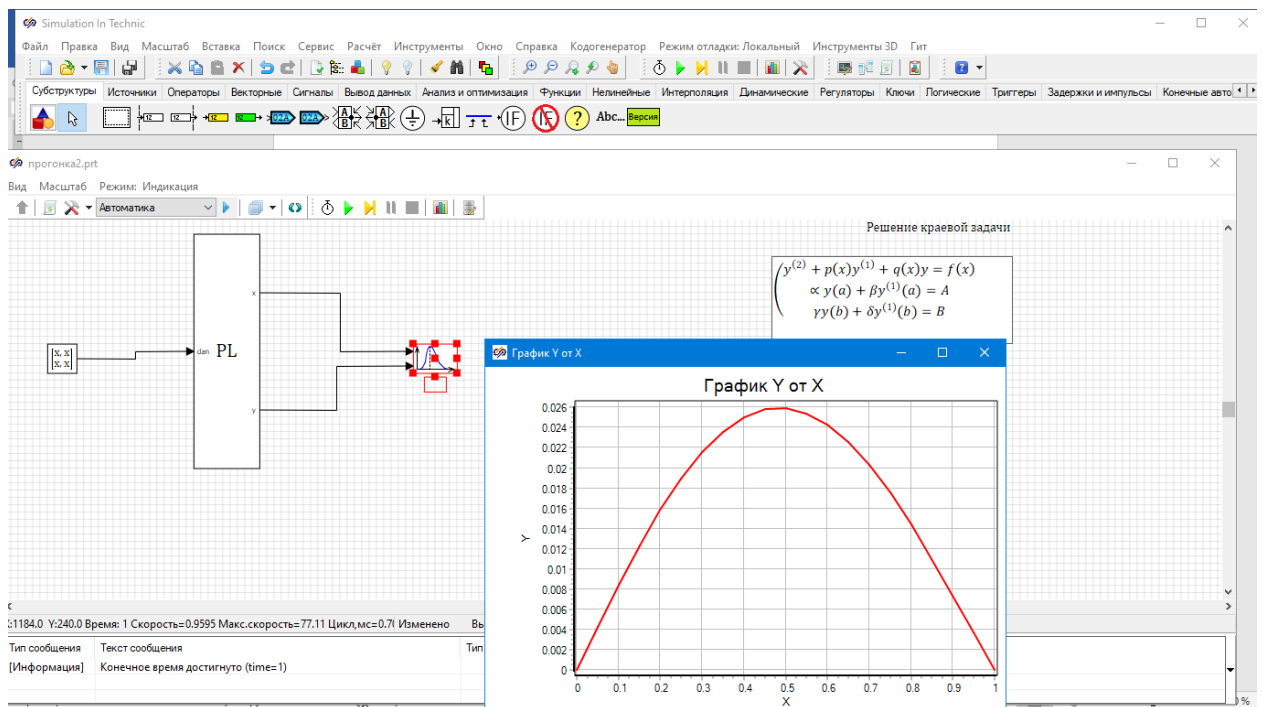
1). Задаем входные данные при помощи матрицы столбца: начало и конец отрезка существования решения, число шагов, в виде набора из нулей и единиц тип краевых условий и правые части краевых условий;



2). Затем создается блок решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей методом прогонки. Вычисление прогоночных коэффициентов осуществляется, как в лабораторной работе 4:



3). Вывод решения в виде графика с использованием стандартного блока ВЫВОД ДАННЫХ:



7.5 Контрольные вопросы и задания

1. Как сводится решение краевой задачи к двум задачам Коши?
2. Назовите основные положения метода коллокаций.
3. Назовите основные положения метода Бубнова-Галеркина.
4. Как производится оценка погрешности метода коллокаций?
5. Как производится оценка погрешности метода Бубнова-Галеркина?
6. Каковы основные положения метода прогонки?